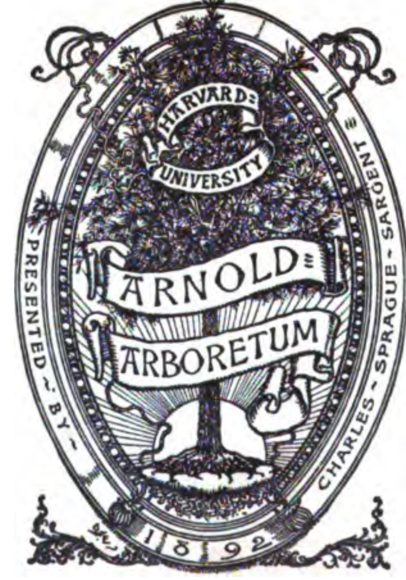

HARVARD UNIVERSITY
ARNOLD ARBORETUM
PRESENTED BY CHARLES SPRAGUE SARGENT
1892

Christian Heinrich Wilke
aus Leipzig

Abhandlung

über
die Fürstl. Jablonowskische Preisaufgabe
aus der Erdmeßkunst
„einen unzugänglichen und undurchsichtigen Wald oder Morast
„auf die beste Weise auszumessen, u. s. w.„
welcher
das Accessit
in der geometrischen Classe
von der Naturforschenden Gesellschaft in Danzig den 19 März 1766
ertheilet worden.



Danzig,
bey Daniel Ludewig Wedel, 1770.

Jan. 1914
29233



Die Vermessung der Grundstücken in der Ferne.

Inhalt.

1) Von den theoretischen Gründen, welche zu gegenwärtigem Zwecke nöthig sind.

2) Von den practischen Gründen, besonders dem practischen Punkte.

3) Von der verschiednen Schärfe des Gesichts und

4) Welche Augen zu gegenwärtigem Geschäfte untauglich sind.

5) Was bey der Theilung einer Figur in Dreyecke zu beobachten, um nicht ohne Noth grössere Fehler zu begehen, als unvermeidlich sind.

6) Wie es zu vermeiden, daß sich die Fehler nicht häufen.

7) Fehler, welche aus den unebnen Feldern entstehen.

8) Anzeige des in gegenwärtiger Abhandlung beobachteten Vortrages.

9) Mancherley Arten, Winkel zu messen.

10) Winkel nach Graden, Minuten u. s. f. ohne Instrumente zu messen.

11) Wie genau in jedem Falle die Winkel zu messen seyn.

12) Unter welchen Umständen, man entfernte Grössen messen könne.

13) Woher die verschiedenen Arten, entfernte Grössen zu messen, entstehen.

14) Bestimmung aller Theile einer krummen Linie durch Rechnung.

15) Bestimmung des Quadratinhaltes krummlinichter Figuren.

16) Weitläuftigkeit und Vorzüglichkeit des vorhergehenden Verfahrens (§. 14 u. 15.)

17) Wie die Winkel zu messen sind, im Fall man nur die ähnliche Figur auf das Papier verlanget.
18) Wie die zu messenden praktischen Punkte sichtbar zu machen sind.
19) Warum die zu messenden Punkte sichtbar seyn müssen.
20) Was zu der Ausmessung entfernter Grundstücken überhaupt erfordert wird.
21) Exempel von der Ausmessung eines unzugängigen und undurchsichtigen Waldes.
22) Wie die Meßstände genommen werden müssen.
23) Wie sie zu verbinden und nachhero aufzutragen sind.
24) Von der Messung der Krümmen des Holzes aus den Ständen (§. 22. 23.) dessen Aufträge und Berechnung.
25) Wie ein solches Grundstück (§. 24.) durch den Auftrag ausgemessen wird.
26) Wie eine dergleichen Messung genauer zu verrichten sey.
27) Wie der Quadratinhalt des Holzes überhaupt zu finden ist.
28) Wie der Inhalt aller und jeder Theile oder Dreyecke eines solchen Grundstückes gefunden werden kann.
29) In welchen Fällen die Ausmessung eines solchen Grundstückes unmöglich wird.
30) Allgemeinheit des (§. 28.) angezeigten Verfahrens.
31) Dessen Vorzüglichkeit und
32) Wie aus demselben mancherley Arten der Vertheilung hergeleitet werden können.
33) Beantwortung eines Einwurfes wider diese (§. 21—31.) angegebene Vermessung.
34) Allerkürzeste und leichteste Art, wie dergleichen Grundstücken zu vermessen sind.
35) Wie man einen Bruch, Morast, und dergleichen Grundstücke ausmisset.
36) Was ein Ingenieur bey einer solchen Vermessung vornehmlich zu beobachten hat, als die (§. 21—31.) erwehnte ist.
37) Bestimmung der Fehler bey der vorhergehenden Vermessung.

§. 1.

Von den theoretischen Gründen, welche zu gegenwärtigem Zwecke nöthig sind.

Dasjenige, was wir gegenwärtig auszuführen gedenken, betrift die Auflösung einer Aufgabe aus der praktischen Geometrie. Was nun die nähere Theorie anlanget, welche zu dieser Auflösung erfordert wird; so muß man überhaupt wissen, wie solche Entfernungen gemessen werden, zu welchen man auf keine Weise gelangen kann, indem man sie misset: Oder theoretisch zu reden, wie die ähnliche Lage mehrerer Punkte, z. E. a, b, c, d, e u. s. f. zu deren keinem man kommen kann, zu bestimmen sey. Aus welcher Bestimmung denn alle mögliche Entfernungen zwischen ieglichen zweyen dieser Punkte, mithin der Umfang der ganzen Figur nebst denen Diagonalen und aus diesen endlich der Quadratinhalt der Fläche gefunden werden kann.

Fig. 1.

Von den praktische Gründen, besonders dem praktischen Punkte.

§. 2. Ob man aber gleich diese theoretische Erkenntnis hat, und weiß, wie dergleichen (§. 1.) erwehnte Punkte in ihre ähnliche Lage gebracht werden müssen; so ist man deswegen noch lange nicht im Stande, dieses würklich zu leisten. Und eben so wenig darf man sich die Rechnung machen, daß man die Auflösung

der

der Aufgabe so genau und richtig vollenden werde, als in einem iedweden Fall erfordert wird, man möge die Sache auch anfangen, wie man wolle: Sondern es wird erfordert, daß man die Gründe der praktischen Geometrie inne habe oder wisse, daß, weil die Punkte in der Natur nicht von eben der Art sind, wie die theoretischen, sondern eine gewisse Grösse haben, man daher iederzeit solchen Fehlern ausgesetzt sey, welche niemals, wenigstens erweislich, völlig vermieden werden können; indem man allemal um einen Punkt fehlen kann.

Von der verschiedenen Schärfe des Gesichts und

§. 3. Ist aber dieses und die Erfahrung lehret hiernächst, daß alle und iede Augen ohne Unterscheid nicht gleich scharf in die Ferne sehen, oder allerseits gleich kleine Punkte entdecken können; so müssen diese bald grösser bald kleiner werden, nachdem sie nemlich verschiedenen Augen in der Ferne sichtbar seyn sollen. Was nun von den Punkten in grossen Entfernungen oder auf dem Felde gesagt worden, gilt auch von denen in der Nähe, auf dem Papiere oder einem Instrumente, welches zum Messen gebraucht wird: nur mit dem Unterscheide, daß dieienigen, welche kurzsichtig sind, oder nicht gut in die Ferne sehen können, den Vortheil haben, desto besser in der Nähe zu sehen; indem sie den zu betrachtenden Gegenstand viel näher vor das Gesicht bringen, mithin kleinere Punkte ungleich deutlicher bemerken und unterscheiden können: dahingegen andere aus eben der Ursache, weil ihnen der Gegenstand zu nahe ist, gar nichts von demselben sehen würden.

Welche Augen zu gegenwärtigem Geschäfte untauglich sind.

§. 4. Daraus folgt, daß dieienigen, welche kurzsichtig sind, zum Feldmessen nicht gebraucht werden können: weil die Punkte, welche sie in der Ferne sehen sollen, gar zu groß angenommen werden müssen: wenn man ihnen anders nicht durch Gläser oder andere Hülfsmittel dieselben deutlicher vorstellet. Da nun ohne dergleichen in sehr vielen Fällen hieraus grössere Fehler entstehen würden, als ohne merklichen Nachtheil zugelassen werden können; die praktische Geometrie aber erfordert, daß man die Grössen so genau bestimmet, damit in einem iedweden Falle die begangenen Fehler füglich aus der Acht gelassen werden können; so folgt, daß man zu dem Feldmessen lieber weit- als kurzsichtige Personen gebrauchen müsse.

Was bey der Eintheilung einer Figur in Dreyecke, beobachtet werden müsse.

§. 5. Nächst diesem so kommt es auch bey der Ausmessung einer ieden Fläche überhaupt, wenn man anders mit gleicher Mühe eine ungleich grössere Genauigkeit zu erhalten gedenket, darauf an, auf was Art man dieselbe in Dreyecke zerfället. Denn, sind diese ohne Noth gar zu sehr ungleichseitig; so werden auch die Fehler ungemein vermehret, und zwar, ohne daß man darzu gedrungen wird. Denn es ist leicht einzusehen, daß, wenn z. E. der Punkt der zehende Theil der

um nicht ohne Noth zu grosse Fehler zu begehen.

Höhe eines sehr ungleichseitigen Dreyeckes wäre, man auch den Innhalt desselben leicht um den zehenden Theil entweder zu groß oder zu klein angeben könnte: Aus der Ursache nämlich, weil man (§. 2.) allemal um einen solchen Punkt mehr oder weniger fehlen kann. So bald man aber, statt des vorigen, ein beynahe gleichseitiges Dreyeck von eben dem Inhalte annimmt; so muß nothwendig, indem die vorige Grundlinie abnimmt, die Höhe zunehmen, der praktische Punkt gegen diese eine grössere Verhältnis bekommen, ein geringerer Theil von derselben und mithin der Fehler merklich verringert werden. Wäre die gar zu grosse Ungleichheit der Seiten an den Dreyecken nicht die vornehmste Ursache, welche die Genauigkeit der praktischen Geometrie hinderte; so könnten die Astronomen die Entfernungen aller Weltkörper von der Erde ohne Unterscheid gleich genau bestimmen. Welche Genauigkeit aber iederzeit um desto mehr abnimmt, ie grösser die Entfernung derer zu messenden Körper wird, dergestalt, daß iene bey den Firsternen zuletzt gar wegfällt.

Wie es zu vermeiden daß sich die Fehler nicht häufen.

§. 6. Weil man aber in allem praktischen Verfahren niemals für Fehlern sicher ist, welche in der würklichen Bestimmung der Grössen (§. 2.) begangen werden können; so hat man sich allerdings vorzusehen, daß sich die Fehler nicht häufen, welches geschiehet, wenn man viele zu bestimmende Grössen nicht aus einem allgemeinem Grunde, sondern aus der ersten die zwote, aus der zwoten die dritte, aus dieser die vierte u. s. f. bestimmet. Denn, wenn in diesem Falle die erste irrig angegeben ist; so müssen die folgenden alle nothwendig falsch seyn, wenn man auch bey der Bestimmung aller einzelner derselben gar keinen Fehler begangen hätte. Kommt nun noch hinzu, daß man wenigstens bey mehrern, wo nicht bey allen fehlet, und diese Fehler sich einander nicht wieder ersetzen, welches man denn eben nicht schlechthin annehmen kann, so würden nach Verhältnis der Menge derer auf erwähnte Weise nach einander gefundenen Grössen, die Unrichtigkeiten am Ende dergestalt groß, daß sie einer völligen Verwirrung ähnlich scheinen. Weswegen man denn mit allem Fleisse dahin zu sehen hat, daß wenn man viele Grössen bestimmen muß, dieses so viel möglich aus einem gemeinschaftlichen Grunde geschehe, damit die Fehler auf alle Weise verringert werden.

Fehler, welche daraus entstehen, daß die Gegenden, wo

§. 7. Zu diesen Schwürigkeiten, welche von der endlichen Deutlichkeit unseres Gesichts und einem irrigen Verfahren in der praktischen Geometrie herrühren, kommt noch eine andere, welche darinnen bestehet, daß alle Theile der Oberfläche der Erde mit dem scheinbaren Horizonte nicht übereinkommen, oder daß an vielen Orten die Erde gar uneben und voller Berge und Thäler ist. Weil wir nun die Oberfläche derselben gemeiniglich deswegen messen, um die Menge

der

der auf denselben perpendikular gegen den Horizont wachsenden Früchte und Gewächse zu bestimmen, weil hievon die Grösse des erwehnten Werthes dependiret; so ist nöthig, daß alle Berge und Thäler auf den Horizont reduciret werden: Welches Unternehmen denn in vielen Fällen nicht geringe Weitläuftigkeit verursachet.

man mus- set, uneben sind.

§. 8. Nachdem dieses erinnert worden, so wollen wir, ohne weitere Vorerinnerung, zu der Beantwortung der aufgegebenen Frage gehen: Vermöge welcher gewiesen werden soll, wie solche Grundstücke, zu welchen man nicht unmittelbar und nach Gefallen kommen kann, man mag sie übersehen können oder nicht, ausgemessen werden müssen. Da es denn, was den Beweis für die Richtigkeit unseres Verfahrens anlanget, uns eben nicht zugemuthet werden wird, solche Wahrheiten der Geometrie von vorne zu beweisen, welche entweder aus des Euclides Elem. oder einem iedweden Compendio der theoretischen Geometrie bekannt genug sind; sondern gestatten, daß man sich blos darauf beruft. Im Fall aber der Beweis nicht so leicht in die Augen fallen sollte; so wird es sich auch freylich nicht anders geziemen, als daß wir denselben iederzeit beybringen, oder wenigstens anzeigen, wo er zu finden ist. Damit aber die Auflösung dieser Aufgabe nicht allzu verworren werden möge; so wollen wir selbige in zwo besondere Aufgaben abtheilen, und 1) zeigen, wie krumme Linien z. E. a b c d e, zu welchen man nicht kommen kann, auf mancherley Weise ausgemessen werden können; 2) eben diese Aufgabe auf die Ausmessung eines undurchsichtigen Holzes, zu welchem oder dessen Umfange man nicht nach Gefallen kommen kann, anwenden. Weil nun die Ausmessung der Krümmen in der Ferne, ohne das Winkelmessen nicht verrichtet werden kann; so wollen wir hievon zuerst das nöthige in aller Kürze beybringen.

Ordnung des Vortrages in gegenwärtiger Abhandlung.

Fig. I.

§. 9. Daß Winkel auf mancherley Weise gemessen werden können, ist bekannt genug, und daß man bey denselben weniger oder mehr genau verfahren müsse, nachdem nämlich mehrere Genauigkeit erfordert wird oder nicht, ist eine Regel der praktischen Geometrie. So braucht man z. E. Astrolabien, Boussolen, entweder ganze Zirkel oder gewisse Theile derselben, wenn man Winkel nach Graden, Minuten u. s. f. messen will. Verlangt man aber blos die ähnliche Lage der Linien, welche die Winkel einschlüssen; so nimmt man eine Mensul mit einem Visirliniale, und ziehet nach diesem, während dem Visiren, nach ieglicher Strecke die Linien auf dem Instrumente. Hät man eine Mensul also einrichten lassen, wie die in Wilkens neuen Grundsätzen der praktischen Geometrie rc. angegeben worden; so ist diese unstreitig das allerzuverlässigste Instrument,

Mancherley Arten Winkel zu messen.

ment, Winkel zu messen: Weil man diese nach Graden, Minuten, Sekunden u. s. f. kurz, so genau als man will, messen kann: Weswegen denn ein dergleichen Instrument in allen Fällen gebraucht werden kann, es mag auch bey dem Feldmessen noch so viel Genauigkeit erfordert werden. Zollmann in seiner Gäodesie, gebraucht die Scheibe zum Winkelmasse. Weil aber dieses Verfahren gar zu praktisch ist, indem man das Papier, auf welches die Winkel gezeichnet wurden, als es trocken war, naß machen muß, wenn nachher dieselben wiederum abgenommen werden sollen; so werden sie eben dadurch dergestalt irrig, daß in den wenigsten Fällen, solche Fehler zugelassen werden können, als hieraus nothwendig entstehen.

Winkel ohne Instrumente zu messen.

§. 10. Es können indessen Fälle vorkommen, da der Feldmesser mit keinem Winkelmesser überhaupt versehen ist, sondern weiter nichts hat als eine Kette nebst einigen Stäben, und es wird dennoch erfordert, daß er Winkel nach Graden und Minuten messen soll. In welchem Falle denn derselbe auf nachfolgende Weise verfahren kann. Es sollen z. E. bey dem Punkte a die Winkel nach Graden, Minuten u. s. f. gemessen werden, welche die von diesem nach l, m, p, q, r, s, t, u, u. s. f. gezogenen Linien mit einander machen. Weil die Meßketten gemeiniglich 5 Ruthen oder 50 Schuhe halten; so nimmt man diese Länge, welche a b, seyn mag, als die Seite eines zu construirenden Quadrats an, dessen Lage willkührlich ist. Darauf werden 12, 16 und 20 Schuhe von der Kette genommen, aus diesen dreyen Längen macht man ein Dreyeck, in welchem der, der längsten Seite gegen über sich befindliche Winkel, ein rechter seyn muß: Weil sich nämlich die Seiten, wie 3, 4 und 5 gegen einander verhalten. Daß man aber diese Seiten genau so groß annimmt, als man sie wegen der Länge der Kette haben kann, geschiehet deswegen, damit man den rechten Winkel vornämlich so genau, als möglich, bekommen möge. Nachdem man nun vermittelst dieses rechten Winkels zuerst das Quadrat a b c d construiret hat; so kann man die übrigen drey Quadrate a f e d, a f g h und a h k b leicht bestimmen. Darauf lässet man einen hängenden Stab hinhalten, visiret gegen alle Punkte l, m, p, q u. s. f. und daselbst Pflöcke stecken, wo die punktirten Linien die Seiten der Quadrate schneiden. Nachher nimmt man die Länge der Kette von 50 Schuhen als tausendtheilig an; da denn ieglicher Schuh 20 solcher Theile bekommt, welche z. E. auf einem Maaßstabe abgetheilt werden können. Soll nun zuerst der Winkel l a b gemessen werden; so misset man die Länge b x mit dem eingetheilten Stabe, oder der Kette und mit diesem zugleich, wann sie ziemlich lang ist, schlägt die Zahl in den Tabellen für die Tangenten auf, von welchen Zahlen

Fig. 2.

len der Tangenten denn nur die drey ersten Ziffern zur Linken genommen, die übrigen zur Rechten aber weggelassen werden. Weil man den Radium nur zu 1000 Theilen annimmt, und mithin eben so viele Ziffern von demselben zur Rechten weg läßt. Weil nun neben dieser gefundenen Zahl in den Tabellen die Anzahl der Grade und Minuten stehen; so darf man sie also nur in den Tabellen aufschlagen, wenn man das Maaß des Winkels l a b haben will. Wegen der weggelassenen Ziffern aber werden die Winkel überhaupt nicht genauer als von 4 zu 4 Minuten. Weil man nun durch kein Astrolabium, so wie diese Art der Winkelmesser bisher gemacht worden ist; viel weniger mit einer Scheibe oder Boussole die Winkel so genau haben kann; so ist diese kurze Art des Winkelmessens allerdings vorzüglich. Will man den Winkel m a b bestimmen; so darf nur der Winkel m a d auf eben die vorerwehnte Weise gemessen, und seine Grösse von 90° abgezogen werden. Verlangt man aber p a b; so wird p a d gemessen und dieser, wie die Ursache aus der Figur leicht erhellet, zu 90° addiret. Will man q a b haben; so darf nur der eben gezeigtermaassen gemessene Winkel q a f von 180° abgezogen werden. Wie man weiter zu verfahren habe, wird aus der Figur klar genug erhellen. Weswegen aber iederzeit von dem Ende des Radii b, d, f und h an, die Entfernungen gemessen werden müssen, ist leicht zu erachten: Weil nämlich die Tangenten der Winkel auf den Enden des Radii eines Zirkels, welcher aus dem Mittelpunkte a durch die Punkte b, d, f und h beschrieben zu seyn, gedacht werden kann, perpendiculär stehen. Uebrigens kann man auch die Seite des Quadrats leicht in einer der punktirten Linien annehmen, wenn man den Anfang zu zählen von einer derselben machen will. Wollte oder müste man aber die Winkel genauer messen, als von 4 zu 4 Minuten; so könnte entweder die Seite des Quadrats grösser angenommen, oder der Schuh noch etwas genauer als in 20 Theile getheilet werden.

Wie genau in iedem Falle die Winkel zu messen seyn.

§. 11. Wie genau aber in einem iedwedem Falle der Winkel gemessen werden muß, solches ist 1) aus der Grösse des praktischen Punktes, 2) aus der Länge der Schenkel zu entscheiden, welche den Winkel einschlüssen; die Grösse des ersteren aber wiederum aus dem Zweck der Messung. Ist der praktische Punkt z. E. auf dem Felde ein Quadratschuh und auf dem Papiere oder Instrumente, der 4000ste Theil des Kettenschuhes; so müssen sich, wenn man die Winkel mit einem Instrument misset, die Radii der Winkelmesser überhaupt zu den Seiten derer zu messenden Winkel verhalten, wie 1 zu 4000. Wird der Punkt als der 2000ste Theil des Kettenschuhes angenommen, wie 1 zu 2000 u. s. f. im Fall sich nämlich der Fehler bey der dem gemessenen Winkel gegen über-

stehenden Seite nicht höher erstrecken soll, als um einen solchen Punkt. Wird die Länge der Kette zum Radio angenommen; so muß dieser Radius so viele Ketten enthalten, als die Schenkel des Winkels 100 Ruthen: weil iegliche 100 Ruthen sowohl 1000 der kleinsten Theile enthalten, als die Kette: (§. 10.) Ist daher die Grösse des praktischen Punktes auf dem Felde und Papiere, nebst den Schenkeln des Winkels auf dem Felde gegeben; so kann man leicht finden, wie groß der Radius des Instruments seyn müsse, mit welchem der Winkel gemessen werden muß, wenn man bey der gegenüber stehenden Seite nicht mehr, als um einen Punkt fehlen will: Wenn man nur die erwehnte ohngefähre Länge der Schenkel durch die Zahl der Punkte dividiret, deren Breite den Kettenschuh ausmachen. Sind z. E. die Schenkel 300° lang, und der Punkt in der Nähe ist der 4000ste Theil des Schuhes; so ist der Radius des Instruments:

$\frac{300°}{4000}=\frac{3000'}{4000}=3\frac{1}{4}$: das ist $\frac{6}{4}=1\frac{1}{2}$ Schuhe im Durchmesser. Misset nun ein alter Mann, dessen kleinsten Theile in der Nähe 2000 den Schuh ausmachen, einen solchen Winkel mit der Boussole, da er doch statt deren einen Winkelmesser von 3 Schuhen im Durchmesser gebrauchen müste; so verhält sich der Fehler bey der gegen überstehenden Seite, wie 20° oder der Radius des Instruments (weil derselbe nicht leicht mehr als den 10ten Theil eines Kettenschuhes, oder 200 der kleinsten Theile beträgt) zu 300°; mithin ist der Fehler

$\frac{300°}{200}=\frac{3}{2}=1° 5'$, welcher nicht leicht übersehen werden kann.

Unter welchen Umständen man entfernte Grössen messen könne.

§. 12. Wenn nun die ähnliche Lage mehrerer Punkte, zu welchen man entweder nicht kommen kann, oder will, es mag auch eine krumme Linie seyn, (weil man sich diese durch die erwehnten Punkte gezogen iederzeit wenigstens vorstellen kann) bestimmet werden soll; so wird hiezu erfordert: 1) daß iedweder Punkt aus zweyen andern Punkten oder Ständen, deren Entfernung, welche die Standlinie genennet wird, gemessen werden kann, sichtbar sey. 2) Daß diese Stände oder die Standlinie also angenommen werde, damit wenn von einem iedweden Ende derselben bis zu ieglichem Punkte gerade Linien gezogen werden, die dadurch erhaltenen Dreyecke allerseits so wenig ungleichseitig sind, als möglich ist: Weil sonst die praktischen Fehler (§. 5.) ohne Noth vergrössert werden. Wenn z. E. die verschiedenen Punkte a, b, c, d, e u. s. f. an dem Ufer eines Flusses, oder dessen krummer Zug bestimmet werden soll; so wird A B als die Standlinie dergestalt angenommen, daß wenn die Linien A a, A b, A c, A d, A e aus A, und B a, (Fig. 1.)

B b,

Bb, Bc, Bd und Be aus B gezogen werden, die Dreyecke AaB, AbB, AcB, AdB u. s f. so wenig ungleichseitig werden, als möglich ist. Wenn nun aus dem Stande A die Winkel aAB, bAB, cAB u. s. f. und aus B die Winkel aBA, bBA, cBA u. s. f. gemessen worden; so hat man von allen den Dreyecken aAB, bAB, cAB u. s. f. iederzeit eine, nehmlich die ihnen gemeine und bekannte Seite AB, nebst zweyen an derselben liegenden Winkeln, aus welchen dreyen bekannten Stücken denn iederzeit die übrigen in eben dem Dreyecke gefunden, folglich die verlangte Lage der Punkte a, b, c, u. s. f. oder die Krümme der Linie bestimmet werden kann: Wie solches aus den Anfangsgründen der Geometrie zur Genüge klar ist.

Gründe der verschiedenen Arten der Ausmessung entfernter Grössen.

§. 13. Nachdem nun die Arten, aus den Ständen A und B, die Winkel (§. 9—11.) zu messen, verschieden sind, nachdem erhält man auch andere Auflösungen dieser Aufgabe, die entfernten Krümmen zu messen. Hat man z. E. aus den Ständen A und B die Winkel in Graden und Minuten gemessen, so kann man die übrigen Seiten aA, bA, cA u. s. f. aB, bB, cB u. s. w. durch Rechnung finden. Man darf nur in dem Dreyecke aAB z. E. die an AB liegenden beyden Winkel, als aAB und aBA addiren, ihre Summe von zweyen rechten oder 180° abziehen; so hat man den Winkel AaB. Darauf wird geschlossen: Wie sich der Sinus dieses Winkels zu der gegen über stehenden Seite AB verhält; also verhält sich auch der Sinus von aAB zu aB, oder aBA zu aA. Wenn man auf eben die Weise mit denen übrigen Dreyecken bAB, cAB u. s. w. verfähret; so findet man alle übrigen Linien aA, bA, cA, dA und eA, wie auch aB, bB, cB, dB und eB: Wie solches aus der Trigonometrie klar ist.

Bestimmung der Theile einer krummen Linie durch Rechnung

§. 14. Auf gleiche Weise lassen sich auch die Linien ab, bc, cd, und de, als Theile der Krummen durch Rechnung finden: Wenn nämlich (§. 10.) alle Winkel bey A und B gemessen worden sind. Denn man darf nur von dem Winkel aAB, den nächst folgenden bAB abziehen; so giebt der Unterscheid den Winkel aAb. Auf eben die Weise von dem Winkel bAB den nächst kleineren cAB abgezogen, bleibt bAc übrig. Wenn man auf eben die Weise fortfähret; so bekommt man alle Winkel aAb, bAc, cAd und dAe. Weil nun, vermöge (§. 13.) die diese Winkel einschliessende Seiten bekannt sind, oder wenigstens gefunden werden können; indem man aus zween Seiten und dem von diesen eingeschlossenen Winkel, die dritte Seite (wie solches aus der Trigonometrie klar ist) findet; so kann man auch alle Theile der krummen Linie ab, bc, cd u. s. f. bestimmen. Auf eben diese Weise nun, wie man bey A die Winkel aAb, bAc, u. s. f.

angezeigter massen gefunden hat, eben so könnnen auch bey B die Winkel e B d, d B c, u. s. w. bestimmet und aus diesen eben so die Theile der krummen Linie e d, d c, c b u. s. w. berechnet werden.

Bestimmung des Quadratinhaltes krumlinichter Figuren.

§. 15. Nachdem man (§. 10 und 11.) in der Figur a e B A alle Linien bestimmet hat; so kann auch ihr Quadratinhalt berechnet werden. Denn weil eine dergleichen Figur angesehen werden kann als die Summe der Dreyecke a A b, b A c, c A d, d A e und e A B, oder e B d, d B c, c B b, b B A und a B A; an diesen Dreyecken aber alle Seiten überhaupt bekannt sind: So darf man nur aus ieglichen dreyen Seiten den Inhalt des Dreyeckes, zu welchen sie gehören, berechnen und alle diese Inhalte addiren; so hat man den Quadratinhalt der Figur a e B A. Wenn man bey der Berechnung der Dreyecke, aus den dreyen Seiten derselben nämlich, solche bequeme Formuln gebraucht, wie man sie z. E. in Wilkens Verbesserung des Staats ꝛc. oder andern dergleichen praktischen Schriften findet; so wird die Rechnung eben so gar mühsam nicht seyn. Eben der Verfasser giebt auch Formeln für die beyden vorerwehnten Fälle, da nemlich aus einer Seite und zweyen anliegenden Winkeln, oder aus zwoen Seiten und dem von diesen eingeschlossenen Winkel, so wohl die übrigen Theile des Dreyeckes, als dessen Inhalt gefunden werden können.

Weitläuftigkeit und Vorzüglichkeit des vorhergehenden Verfahrens. §. 14 und 15.

§. 16. So vorzüglich diese Art, krumme Linien, oder den Inhalt krumlinichter Flächen (§. 14. 15.) zu messen ist, weil aus denen vorigen Datis, der Winkeln nämlich nebst einer einzigen Linie, beydes erwehntermassen gefunden werden kann; so ist doch diese Methode, ob sie gleich am wenigsten praktisch, und mithin die allergenaueste ist, wegen der häufigen Rechnungen sehr weitläuftig: Weswegen sich denn die allerwenigsten Praktiker so weit versteigen, daß sie eine dergleichen mühsame Meßart üben sollten; sondern daher ungleich lieber ihre Zuflucht zu dem Auftrage nehmen. Weil aber dieselbe 1) vorzüglich genau und ungleich zuverlässiger ist, als alle übrigen; 2) auch einen Feldmesser in den Stand setzet, daß er so gar in dem Falle, da er entweder den nöthigen Vorrath oder die Gelegenheit nicht hat, welche zum Auftragen erfordert wird, dennoch auf das möglichst genaueste zu recht kommen kann; so ist dieses Verfahren allerdings sehr hoch zu schätzen.

Wie die Winkel zu messen sind, im Falle nur die ähnliche Figur

§. 17. Im Falle entweder eine krumme Linie a e, oder krumlinichte Fläche a A B e nicht durch Rechnung bestimmet werden soll; sondern bloß beyder Aehnlichkeit auf dem Papier verlanget wird, damit man nachher den Inhalt der letztern aus der aufgetragnen Figur, nach der gewöhnlichen Art berechnen könne; so ist auch nicht nöthig, daß die Winkel nach Graden, Minuten u. s. f. gemessen wer-

werden, sondern zu diesem Zweck ihre Gleichheit hinreichend. Wie nun dieses vermittelst einer Mensul, Scheibe oder eines andern dergleichen Instruments erlanget wird, ist bekannt genug: denn durch Astrolabien, Boussolen, Quadranten u. d. gl. können sie nicht anders, als nach Graden u. s. f. gemessen werden. Hat man aber weiter nichts als die Kette und einige Stäbe bey der Hand; so kann man auf folgende Weise verfahren. Man darf nur statt der Quadrate, Dreyecke abstecken, welche entweder einander gleich oder ungleich sind, und zwar deren so viel als man wegen der aufzutragenden Winkel gebraucht. Auf denen dem Winkel gegenüber stehenden Seiten der Dreyecke misset man die Durchschnitte, wo nämlich diese Linien von denen punktirten durchschnitten werden: Wie z. E. wenn man statt des Quadrats a b c d nur ein Dreyeck d b a angenommen hätte; so würden die beyden Linien a m und a l die dem Winkel bey a gegen über stehende Seite b d in zweyen Punkten schneiden. Wenn nun diese Durchschnitte entweder von b gegen d, oder von diesem gegen einem Punkt auf der erwehnten Linie gemessen, und nebst der gemessenen Länge der dreyen Seiten des Dreyeckes in das Manual getragen worden; so kann so wohl das Dreyeck als die Durchschnittspunkte auf der Seite b d gewöhnlichermassen auf das Papier, mithin die gleichen Winkel, aufgetragen werden. Man wird leicht sehen, wie man ferner zu verfahren habe, wenn aus dem Punkte a mehrere Punkte als l und m, nämlich p, q, r, s u. s. f. visiret werden. Was übrigens (§. 11.) erinnert worden ist, gilt auch hier, nämlich, daß die Winkel iederzeit desto genauer bestimmet werden; ie grösser das Dreyeck angenommen wird.

auf das Papier verlanget wird. Fig. 1. Fig. 2.

§. 18. Weil auf dem Erdboden nicht iederzeit dieienigen Punkte von der Natur bemerket sind, welche man zu messen hat; so muß man sie selbst kennbar machen: Welches, wie folget, am bequemsten geschehen kann; wenn man z. E. die Krümme eines Flusses a c e aus A und B zu messen und aufzutragen hat; so kann man nur iemand zu dem Ufer desselben hinschicken, welcher mit einer hinreichenden Anzahl von Pflöcken versehen ist, die nicht grösser seyn dürfen, als daß man sie da bequem wieder finden kann, wo sie in den Punkten a, b, c, d, e u. s. f. hingesteckt sind. Weil man aber die Pflöcke in der Ferne nicht sehen kann; so muß über iedwedem derselben, indem man nach ihm visiret, ein Stab hängend gehalten werden: Welcher noch über dieses mit einer Fahne oder einem andern Zeichen versehen seyn muß, wenn die Entfernung groß ist. Diese Pflöcke aber müssen deswegen eingestecket werden, damit man eben den Punkt wieder finden könne, wenn er zum zweyten male aus dem andern Stande visiret werden soll. Eine zwote Person muß während dem Visiren ohnweit dem Stande z. E. A oder B gleich-

Wie die zu messenden praktischen Punkte auf dem Felde sichtbar zu machen sind. Fig. 1.

Exempel von der Vermessung eines unzugängigen und undurchsichtigen Holzes.
Fig 3.

§. 21. Nunmehro wollen wir die Auflösung der vorgegebenen Aufgabe sogleich in einem Exempel zeigen, wie selbiges aus der beygefügten Figur erhellet, und annehmen: der Wald a K solle an der Seite w K neben einem Flusse liegen, übrigens aber rund umher mit einem Moraste umgeben seyn, dergestalt daß man von keiner Seite zu demselben füglich kommen kann, um seinen Umfang zu messen: Uebrigens soll derselbe mit Holze und Dickungen dermassen stark bewachsen seyn, daß man in keiner Strecke durchzusehen vermögend ist. Dennoch aber nehmen wir einen oder den andern Weg oder Zugang zu demselben an: Weil, wenn auch dieses nicht wäre, man eben nicht siehet, wie man denselben nutzen, und mithin, warum er gemessen werden sollte.

Wie die Meßstände genommen werden müsse.

§. 22. Unter diesen Umständen sind wir zu allererst darauf bedacht, wo die Stände oder Standlinien angenommen werden müssen. Weil nun ienseit des Morastes in den Gegenden, wo die Standlinien A B, C D, und G H gezeichnet sind, trockener und fester Boden supponiret wird, wo man die Länge dieser Linien füglich messen kann; so nimmt man sie daselbst in einer solchen Entfernung an, daß die einer iedweden derselben gegen über liegende Krümme oder der Theil von dem Umfange des Holzes aus den beyden Enden diser Linie oder andern Punkten derselben bequem übersehen und mithin dergestalt gemessen werden könne, ohne daß man gar zu ungleichseitige Dreyecke, welche die Genauigkeit der Vermessung hindern, (§. 5, 9.) erhalten sollte. Weil nun an der Seite, wo der Fluß ist, die Strecke F E zu einer Standlinie bequem, weiter herunter aber in der Gegend F O, es wiederum sumpficht ist, so nimmt man die vierte Standlinie ebenfalls da an, wo man sie gezeichnet hat. Gesetzt aber, es wäre auch der Sumpf die Ursache nicht; so ist doch aus den Gründen der praktischen Geometrie klar, daß man denen zu messenden Grössen so nahe kommen müsse, als möglich ist, weil hiedurch mehrere Genauigkeit, wie leicht zu erachten ist, erhalten wird. Daher ist die Standlinie für die zu messende Krümme des Holzes v K ungleich lieber in E F als N O, oder wohl gar noch weiter herunter anzunehmen: Weil man aus iener Linie alle und iede Punkte des Umfanges ungleich schärfer und besser visiren kann, als in einer weit grösseren Entfernung.

Wie sie zu verbinden und nachher aufzutragen sind.

§. 23. Nachdem man wegen der Wahl der Standlinien einig ist, so muß man auf ihre Verbindung denken, oder wie man ihre Lage dergestalt bestimmen möge, daß, nachdem sie aufgetragen worden, sie der Lage auf dem Felde ähnlich bleibt. Ist es möglich, daß man diese Linien auf dem Felde unmittelbar mit einander verbinden kann; so ist dieses am allerbequemsten, und man erhält auch dadurch die grössеste Genauigkeit. Denn, wenn z. E. F E und C D so weit verlän-

längert werden, daß sie einander schneiden; so kann man den Winkel, welchen sie machen, auf dem Felde §. 9 — 11) so genau messen, als man will. Stossen nun A B und C D, A B und G H, und diese mit E F gleichfals zusammen; so hat man die Seiten eines Viereckes. Wenn diese nebst einem Winkel gemessen sind; so kann man die Figur, welche auf diese Weise das Holz einschliesset, wie aus der Theorie klar ist, auftragen. Da aber GH und CD durch den Fluß von EF abgesondert sind; so lässet sich die würkliche Verbindung auf dem Felde nicht bewerkstelligen. Wenn man daher in einer bequemen Entfernung ferner eine Standlinie annimmt und misset, so kann man aus dieser die ähnliche Lage der drey Linien CD, EF und GH (§. 12.) erhalten. Denn, wenn man NO z. E. in P theilet, und aus den beyden Ständen N und P die drey Punkte F, G und H, aus P und O, aber C, D und E (§. cit.) misset; so ist die Lage derselben bekannt. NO muß aber in P deswegen getheilet, und die Stände für F, G, und H in N und P genommen werden: Weil, wenn man sie in N und O annehmen wollte, man aus O entweder gar nicht nach H, oder wenigstens nach diesem Punkte nur unter einem gar zu spitzigem Winkel sehen kann; nach F und G aus eben demselben aber würde der Winkel noch spitziger. Eben die Bewandniß hat es auch, wenn man aus N nach C, D und E visiren sollte. Bey diesem Verfahren ist der Vortheil, daß man die Lage dieser dreyen Linien aus einem gemeinschaftlichen Grunde, nehmlich der Linie NO, bestimmet, und daher sicher ist, daß sich die Fehler nicht häufen können: Welches nothwendig geschehen müste, wenn man z. E. EF aus GH, CD wiederum aus EF, oder so umgekehrt messen wolte. Wofern zwischen EF und NO es der Sumpf nicht verhinderte; so könnte man auf FI ein Dreyeck setzen, dessen Spitze gegen NO fiele, und aus einer dieser Seiten, welche gegen NP zusammen stiessen, die Linie GH messen. Unter eben der Richtung könnte man bey ME gleichfalls ein solches Dreyeck construiren und aus demselben CD finden. Wodurch man denn den Vortheil erhielte, die zu messenden Punkte merklich besser zu visiren. Weil nun vermöge der Gegend die vierte Standlinie AB so wenig mit CD als GH würklich verbunden werden kann; so müssen deren Endpunkte entweder aus C und D oder G und H (§. 12.) gemessen werden Allein, man wird so wohl aus diesen als ienen beyden Punkten nur einen gar kleinen Theil von AB sehen können: Weil das Holz in beyden Fällen im Wege ist. Folglich muß man auf eine andere Art der Verbindung denken. Weil nun aus der praktischen Geometrie klar ist, daß zwo Figuren mit einander verbunden werden können, wenn sie eine Linie mit einander gemein haben, wenn nur ihre gleichnamigen Punkte einander decken: Diese gemeinschaft-

liche Linie oder Seite der Figur aber erhalten wird, wenn man aus mehr als zweyen Punkten oder Ständen die Endpunkte einer Linie visiret: so darf man hier nur auf eben die Art zu Werke gehen, und indem man aus C und D die Krümme f i misset, nur nach dem Punkte B visiren, wie die punktirten Linien D B und C B anzeigen; so kann man, wenn C D aufgetragen wird, zugleich der Linie B f die gehörige Lage geben. Nachdem aber aus A und B die gegen über stehende Krümme des Holzes gemessen worden, mithin aus diesen beyden Ständen eben die Linie B f, wie auch das ganze Dreyeck A B f, von welchem sie eine Seite ist, bekannt geworden; so darf man nur, indem man C D aufgetragen hat, und aus dieser die Krümme f i, zugleich die Linie B f, welche vermöge der vorerwehnten Messung zu eben dieser Figur B C D i f gehöret, auftragen, über derselben das Dreyeck A B f construiren (weil die beyden Seiten desselben B f und A f durch die Messung aus A und B bekannt geworden) so hat man zugleich die Lage der vierten Standlinie A B, aus welcher, wie die Figur zeigt, die gegen über liegende Krümme des Holzes von a bis f bestimmet oder aufgetragen werden kann. Die Lage eben dieser Standlinie A B aber würde auch auf die Weise gefunden werden können, wenn man nur noch aus zweyen Punkten der Linie G H, den Punkt A visirte. Denn, weil B aus C D, A aber aus G H auf eben die Weise gemessen werden; so sind eben dadurch die beyden erwehnten Punkte oder Enden dieser Linie, mithin dieselbe an sich bestimmet. Weil es einem geübten Praktiker in ieglichen Fällen leicht seyn wird, die Lage der Standlinien oder deren Verbindung, so wie es die Beschaffenheit der Gegend und Umstände erfördern, in welchen er sich befindet, ausfindig zu machen, sich von Dingen aber, deren Umstände unendlich verändert werden können, nicht wohl allgemeine Regeln geben lassen; so mag dieses genug seyn, was wir als ein Beyspiel zur Erläuterung beygebracht haben.

Von der Messung der Krümmen des Holzes aus den Ständen (§. 22. 23) dessen Auftrage und Berechnung.

§ 24. Nachdem man nun auf diese Weise entweder die Lage der Standlinien auf dem Felde würklich bestimmet hat, oder wenigstens gewiß ist, daß dieses allemal, wenn es nöthig ist, geschehen könne; so verfähret man nunmehr mit der Messung derer einzelnen Theile der Krümmen, welche das Holz einschliessen, also. Man schicket iemanden in dasselbe hinein, welcher zuvor (§ 12.) erwehntermassen mit Pflocken alle Beugungen des Umfanges in den Punkten a, b, c, d, e und f, welche z. E. aus A B zuerst gemessen werden sollen, bemerket, und sie nach einander etwan durch einen Stab, welcher, wenn es nöthig ist, mit einer Fahne versehen worden, damit man diese in der Ferne desto besser sehen möge, sichtbar macht. Hat man aus den beyden Ständen A und B die Krümme a f gemes-

gemessen; so begiebt man sich nach C D oder G H, bey welchen beyden Standlinien denn das Verfahren eben so beschaffen ist, wie bey A B. Auf der vierten Standlinie E F ist die Operation ebenfalls nicht anders, nur mit dem Unterscheide, daß so wohl wegen der vielfältigen Krümmen, als der Nähe derselben bey der Standlinie, auf dieser mehrere Stände, wie z. E. I, K, L, und M angenommen werden müssen: damit (§. 5.) man die zu messenden Punkte desto deutlicher sehen könne, und nächst diesem die gar zu ungleichseitigen Dreyecke vermieden werden. Macht man nun den Anfang zu visiren aus F nach v, u und t; so werden diese Punkte, wiederum aus I visiret, und nächst diesem die beyden Punkte s und r, welche man gleichfalls aus I sehen kann. Aus K werden wieder die beyden s und r visiret, und über dieses noch der Punkt q. In L hat man an dieser linken Seite weiter keinen als eben den q zum zweytenmale zu visiren. Nächst diesem aber aus eben dem Stande, weiter gegen die Rechte die folgenden p, o und n, welche als die Punkte des Umfanges angenommen werden: Denn der Punkt Z ist so gelegen, daß man ihn entweder aus gar keinem, oder wenigstens nicht, wie es nöthig ist, aus zweyen Ständen und ausserhalb dem Holze (§. 12.) sehen kann. Weil dieser also, mithin auch sein Winkel, nicht gemessen werden kann; so gehet man zu dem Stande M, und visiret aus demselben wiederum die drey vorigen Punkte p, o und n; endlich auch die drey letzten m, l und k, welche nachher aus E zum zweytenmale beobachtet oder gemessen werden. Weil n und m, aus dem Stande M visiret, in einer Linie fallen; so müssen bey dieselbe in dem Manuale beyde Buchstaben geschrieben werden: da denn n durch L n, und m durch E m bestimmet wird, wie solches bereits (§. 18.) ist erinnert worden.

Wie ein solches Grundstück durch den Auftrag ausgemessen wird.

§. 25. Nachdem man den ganzen Umfang des Holzes auf die vorerwehnte Weise visiret hat; so ist man darauf bedacht, wie man aus dieser Messung, den Quadratinhalt desselben finden möge. Wenn man hierum eben nicht nach der grössesten Strenge, von welcher wir in dem folgenden reden werden, verfahren will; so gehet man also zu Werke, wie die mehresten Feldmesser zu thun pflegen. Nämlich, man träget zuerst die Linie N o, aus welcher die drey Standlinien C D, E F und G H gemessen worden sind, auf das Papier, und diese drey Linien gleichfalls, so, wie es die Aehnlichkeit der Figur überhaupt erfordert. Nachdem aus einer ieglichen derselben die ihr gegen über liegende Krümme, und über dieses B f (§. 22.) erwehntermassen ist aufgetragen worden; so construiret man an dieser das Dreyeck A B f, damit die Lage der Standlinie A B erhalten werde: Aus welcher denn endlich der Rest des Umfanges a f ferner aufgetragen wird. Hat man diesen auf dem Papiere; so rechnet man ihn gewöhnlichermassen aus, nachdem

man vorher bey der Theilung der ganzen Figur, die gar zu ungleichseitigen Dreyecke bestmöglichst vermieden hat (§. 5.). Da denn durch diese Methode schon in den meisten Fällen so viel Genauigkeit erhalten wird, als nöthig ist: Vornehmlich wenn der Auftrag nach einem ziemlich grossem Maasstabe, daß am kleinsten Theile nicht mehr als iegliche 1000 derselben einen halben Kettenschuh ausmachen, geschiehet, und nächst diesem das Papier gut aufgespannet wird.

Wie eine dergleiche Vermessung genauer zu verrichten ist.

§. 26. Will man aber genauer verfahren und keine mühsame Arbeit der Rechnung scheuen; so kann man den verlangten Inhalt auf folgende Weise berechnen, ohne daß man etwas vorher auf das Papier trägt: Weil zu dieser Berechnung das blosse Manual hinreichend ist. Hiezu aber wird erfordert, daß alle Winkel nach Graden, Minuten u. s. f. gemessen seyn: Sintemal es ohne Noth noch mehrere Weitläuftigkeiten machen würde, die Grösse aller Winkel auszurechnen. Hat man sie aber auf die erwehnte Art gemessen, so kann man zuerst alle Seiten der Hauptfigur A B C D E F G H A, welche in unserm Falle ein Achteck ist, nebst allen ihren Winkeln bestimmen: Wie solches bereits (§. 12.) erwehntermassen aus den Gründen der Geometrie klar ist. Weil nun viere derselben, als A B, C D, E F u. G H wirklich und unmittelbar gemessen worden; so brauchen nur noch die übrigen viere, als B C, D E, F G und H A, wie es die Trigonometrie erfordert, berechnet zu werden: Wie auch wenn es z. E. bey der Berechnung des Inhaltes des Achteckes nöthig ist, alle Diagonalen desselben. Weil aber hier aus der Linie N O eigentlich nur ein Sechseck C D E F G H gemessen wird, dessen Seiten, Winkel und Diagonalen man daher als bekannt annehmen zu dürfen, es das Ansehen haben möchte; so kann man sich, wegen des auf eine andere Weise hinzugesetzten Dreyeckes A B f also überzeugen. Weil das Sechseck C D E F G H aus N O visiret worden; so sind an demselben alle Seiten, Diagonalen und Winkel bekannt: Mithin auch die Linie H C (welche man sich wenigstens vorstellen kann, und in Betracht des Sechseckes eine Seite, in Ansehung des Achteckes aber eine Diagonale ist,) gleichfalls. Weil nun aus den Ständen C und D der Winkel f B C, aus A und B aber der Winkel A B f, und dadurch beyder Summe A B C bekant geworden; so ist auch die Diagonale A C des Achteckes bestimmet, und wegen der aus A B und C D visirten B f, hat nicht nur das Viereck A B C f, sondern auch dessen Diagonale A C die gehörige Lage oder den Winkel, welchen sie mit der andern Diagonale des Achteckes H C macht. Welches daraus erhellet; weil die Winkel H C D, B C D gegeben und mithin B C A bekannt ist, welcher zu H C D addiret und die Summe von B C D abgezogen werden muß, damit A C H übrig bleibt. Weswegen denn aus diesem Winkel und den beyden bestimmten

Sei-

Seiten, welche ihn einschliessen, die dritte Seite A H zugleich gefunden werden kann. Weil nun A H, A a und H y bekannt sind, nächst diesem auch die Polygonwinkel H A B, A H G, wie auch die beyden Winkel a A B und y H G, wegen der Messung; so hat man auch die Nebenwinkel H A a und A H y; folglich die ihnen beyden gegen über stehenden Seiten a H und y A. Da nun in den beyden Dreyecken A a H und A y H alle Seiten bekannt, folglich auch alle Winkel zu haben sind, so darf man nur noch H A y und A H a bestimmen, ienen von H A a und diesen von A H y abziehen; so hat man in dem ersten Falle entweder y A a, oder in dem andern y H a: Aus deren einem und denen anliegenden man die verlangte Seite a y finden kann. Will man den Quadratinhalt dieses Viereckes A a y H berechnen; so wird das Verfahren leicht einzusehen seyn: Denn man darf nur den Inhalt zweyer Dreyecke, entweder y A a und H A y oder a H y und a A H, aus welchen es bestehet und deren iegliche Seiten bekannt sind, ausrechnen und ihn addiren. Mit den beyden Vierecken G F v w und D E k i hat es eben die Bewandtnis: nur mit dem Unterscheide, daß die beyden Seiten des Achteckes D E und F G leichter zu finden sind. Denn aus N O sind alle Seiten der Dreyecke C D E, D E F, E F G und F G H bekannt, folglich auch alle Winkel, mithin die Winkel C D E, D E F, E F G und F G H, welche die Seiten mit einander machen. Weil nun die Winkel H G w, v F I, k E M und i D C gemessen sind; so kann man auch leicht die Winkel w G F, v F G, D E k und i D E finden. Aus diesen nebst denen übrigen bekannten Seiten G w, F v, E k und D i aber so wohl die Linien w v und i k, als zuletzt den Inhalt der Vierecke w G F v und k E D i auf eben die Weise, als das Viereck A a y H bestimmen.

Wie der Quadratinhalt des Holzes überhaupt aus denen (§. 26) angegebenen Gründen gefunden wird.

§. 27. Weil nun aus dem, was wir (§. 12.) erinnert haben, erhellet, daß wenn man eine Figur aus zweyen Ständen bequem übersehen kann, man auch im Stande ist, so wohl alle Diagonalen, mithin alle Seiten der Dreyecke zu bestimmen, aus welchen die ganze Figur iederzeit zu bestehen gedacht werden kann, und deren Quadratinhalt so wohl, als die Grössen aller möglichen Winkel in Graden, Minuten u. s. f. wie z. E. in unserm Falle die Figuren A B f a, C D i f, E F v k und y H G w zu bestimmen; wie nicht weniger auch (§. 25.) den Quadratinhalt derer übrigen zwischen denen erwehnten Figuren liegenden nämlich A a y H, w G F v und k E D i; endlich auch das ganze Achteck A B C D E F G H A quadriret werden kann: so ist auch offenbar, daß wenn man von dem Inhalte des Achteckes die Summe aller derer vorerwehnten quadrirten Figuren abzöge, der Quadratinhalt des Holzes übrig bleiben müsse; ausser daß der Unterscheid um so viel zu groß seyn müsse, als die Grösse derienigen Stellen oder

Winkel beträgt, welche man in der Ferne nicht hat übersehen und messen können, wie z. E. in unserm Falle der Winkel bey Z.

Wie der Inhalt aller und jeder Theile oder Dreyecke eines solchen Grundstückes gefunden werden kann.

§. 28. Um aber auch zu zeigen, daß im Falle noch eine viel genauere Erkenntnis einer solchen unter diesen Umständen auszumessenden Figur erfordert würde, und zwar nach allen ihren einzelnen Theilen oder Dreyecken, aus welchen sie bestehet, man auch im Stande sey, diese würklich zu erlangen; so wollen wir annoch kürzlich eine allgemeine Methode angeben; wie man den Inhalt eines iedweden Dreyeckes insbesondere, in welche die Figur, wegen der vielen Seiten ihres Umfanges, getheilet werden kann, finden möge. Den Anfang wollen wir bey dem Punkte e an dem Umfange machen: Obgleich dieses nicht nothwendig ist, sondern die Zertheilung auf unzälige andere Arten gemacht werden kann; wie man solches auch aus dem folgenden leicht sehen wird. Weil aus den beyden Ständen A und B durch die Vermessung der Winkel AfB, aus C und D aber die beyden Winkel DfB und gfD (§. 26.) bekannt geworden; diese drey Winkel aber nebst dem Winkel efg, welchen die beyden Seiten des Umfanges ef und fg mit einander machen, zusammen 360° betragen; so darf man jene Drey nur addiren, und ihre Summe von 360° abziehen, wenn man den Winkel efg haben will. Weil nun ferner durch die Messung aus eben denen vorerwehnten Ständen (§. cit.) die beyden Seiten ef und fg gleichfalls bekannt geworden sind; so kann man alle übrigen Theile dieses Dreyeckes efg, folglich auch dessen Quadratinhalt finden. Da nun ferner so wohl die Seite eg als der Winkel egf, die Winkel fgC und hgC, welche um den Punkt g herum sind, aus den Ständen C und D bekannt geworden; so kann man nur egf, fgD und hgD addiren und ihre Summe abermahl von 360° abziehen: so hat man den Winkel egh. Aus diesem und den beyden ihn einschliessenden Seiten eg und gh, deren erstere aus dem oben erwehnten Dreyecke, letztere aber durch die Messung aus C und D bekannt geworden, kann abermahl das übrige in dem Dreyecke egh, wie auch dessen Quadratinhalt gefunden werden. Auf eben die Weise gehet man mit denen folgenden Dreyecken ehi, eik und ekl zu Werke: sintemahl die Lage von ik (§. 26.) gleichfalls bekannt ist, mithin der Winkel eik in dem Dreyecke eik auf eben die erwähnte Weise gefunden wird, indem man die Summe derer drey eih, hiD und kiD von 360° abziehet. Im Falle von e angerechnet, die Punkte n und m in einer geraden Linie sind, so verfähret man mit dem Dreyecke elm vorerwehntermassen. Wäre dieses nicht, und es würde das Dreyeck enm gar zu spitzig; so könnte man zu erst das kleine Dreyeck nml, aus dem Winkel m und denen diesen einschliessenden beyden Seiten nm und lm berechnen. Darauf

den

den Winkel nle, und aus diesem nebst den beyden ihn einschliessenden Seiten, den Inhalt des Dreyeckes enl berechnen. Nachdem man auf eben diese Weise das Dreyeck eon berechnet hat, und nunmehro zu dem folgenden eol fortgehen will; so siehet man leicht, daß zuerst der Winkel deo gefunden werden müsse. Weil aber vermöge des vorhergehenden alle die spitzigen Winkel bey e, welche zu denen bisher berechneten Dreyecken gehören, bekannt sind, folglich auch ihre Summen; die beyden Winkel Bed und Bef aber aus den Ständen A und B: so darf man zu diesen beyden nur die vorige Summe der Winkel oef addiren, diese abermahl erhaltene Summe von 360° abziehen: so hat man den verlangten Winkel deo. Weil nun ed aus den Ständen A und B, eo aber aus der vorhergehenden Rechnung bekannt ist; so kann man aus diesen dreyen Datis, wie vorher zu mehreren mahlen geschehen ist, das Dreyeck deo berechnen. Daß man mit denen Dreyecken dop, dpq, dqr und drs eben so verfahren müsse, wie bey denen, welche bey e zusammenstossen, siehet man leicht. Will man nachher wieder das Dreyeck cds berechnen; so wird wiederum, wie bey dem Dreyecke deo, der Winkel sdc gefunden, zu cdB und Bde addiret, die Summen von 360° abgezogen, damit der Winkel cds komme, aus welchem nebst den beyden Seiten cd und ds, welche ihn einschliessen, und deren erstere aus den Ständen A und B, letztere aber aus der vorhergehenden Rechnung bekannt geworden ist, ferner das Dreyeck cds bestimmet wird. Weil nun vermöge des vorhergehenden so wohl als aus denen beyden Ständen K und I, die Winkel csr, Isr und tsl bekannt sind, so kann man, wie bereits öfters genug erwehnet worden, den Winkel tsc haben. Und da ts aus den Ständen I und K, cs aber aus der vorhergehenden Rechnung bekannt ist; so wird das Dreyeck aus eben diesen Datis, wie vorher, berechnet. Hieraus wird man schon dergestalt deutlich erkennen, wie man ferner bis zu Ende zu verfahren habe, ohne daß es nöthig seyn sollte, eben dasselbe so oft zu wiederholen und dem Leser eckelhaft zu werden. Weil nun der Winkel ozn nicht hat gemessen werden können, so wird der durch die Addition aller der erwehntermassen berechneter Dreyecke gefundene Quadratinhalt des Holzes um eben diesen Winkel zu groß. Und, indem eben dieser Winkel ozn auf keine Weise ausserhalb dem Holze gemessen werden kann; weil nämlich der Punkt nicht so, wie es erfordert wird (§. 19. 20.) sichtbar ist; so ist kein ander Mittel übrig, als daß man sich entweder in das Holz, oder so nahe an den Winkel hinbegiebt, damit man ihn messen kann, so wie es erfordert wird.

In wie fern die Ausmes-

§. 29. Ist es aber durchaus nicht gestattet, an den Umfang des Holzes zu kommen, und es sind die zu messenden Punkte des Umfanges auch nicht von Na-

sung eines solchen Grundstückes unmöglich wird.

tur, entweder durch Bäume, Büsche, Hügel oder etwas dergleichen, aus zweyen Ständen, welche man messen kann, wie weit sie von einander sind, (§. 12.) sichtbar; so kann auch ein dergleichen Grundstück auf keine Weise gemessen werden. Man siehet aber in der That nicht ein, was dieses für ein Fall seyn sollte. Denn die Ursachen, warum dergleichen liegende Gründe zu messen verlangt werden, sind gemeiniglich diese, daß man entweder die Grösse derselben nebst dem Ertrage zugleich, oder ihren Umfang von denen darneben liegenden Grundstücken genau bestimmen will, um sich so wohl gegen die zu besorgende Unvorsichtigkeit als Ungerechtigkeit der Nachbarn in Sicherheit zu setzen. In so fern man also hiezu berechtiget ist, hat man auch leicht die Freyheit, iemanden in den Wald zu schicken, welcher bey der Vermessung die Punkte des Umfanges, auf eine kurze Zeit, und zwar ohne dem Holze den geringsten Schaden zuzufügen (§. cit.) zeiget. Könnten endlich dergleichen von aussen unsichtbare Winkel, wie z. E. ozn ist, nicht auf die Weise gemessen werden, daß man die geradelinichte Figur innerhalb demselben abstecken könnte, sondern dieses nothwendig ausserhalb um demselben geschehen müßte, wenn er gemessen werden sollte; so würde die ganze Unbequemlichkeit bloß darinnen bestehen, daß man etwa einen oder den andern Busch müßte weghauen lassen. Da denn in einem solchen Falle, da der Winkel mit Moraste oder Wasser angefüllet wäre, ein mittelmässig geübter Feldmesser auch diesen kleinen Schaden, wo nicht ganz, dennoch zum Theil dergestalt zu vermindern wissen wird, daß derselbe füglich für nichts gerechnet werden kann.

Allgemeinheit des (§. 28.) angezeigten Verfahrens.

§. 30. Uebrigens darf man nicht besorgen, daß die hier angezeigte Berechnung eines solchen Grundstückes nach allen seinen Dreyecken, in welche es, wie die Figur zeigt, getheilet worden, durch die verschiedenen einwärts laufenden Winkel, dergleichen hier ozn ist, dadurch irrig werden könne, wenn die Seiten der Dreyecke, wie z. E. eon und eml, den Winkel ozn durchscheiden. Weil erstlich dieser Winkel für nichts gerechnet worden, und wenn man solches auch nicht annehmen wollte, diese Durchschnitte dadurch leicht vermieden werden können, wenn man nur die Dreyecke der Figur, oder die Lage der Diagonalen anders annimmt. Denn, wenn z. E. von dem Punkte z an, die Diagonalen gegen m, l, k, i, h, g, f und e gezogen werden; so ist man dieser Besorgnis auf einmahl überhoben, und das Verfahren wird dadurch nicht geändert.

Dessen Vorzüglichkeit und

§. 31. Woraus man denn leicht den Schluß machen wird, daß die hier angegebene Ausmessung 1) so allgemein sey, und 2) eine so vollkommene Erkenntnis und Bestimmung aller und ieder Theile des zu vermessenden Grundstückes gewähre, als man von einer Vermessung nur immer erwarten kann. Es ist auch

offenbar

offenbar, daß wenn ein Ingenieur eine solche Arbeit, und zwar bloß aus dem Manuale, obgleich dieses eben nicht nothwendig ist, vorgeschriebenermassen würklich vollendet hat, derselbe ein würkliches Meisterstück in seiner Kunst geliefert habe, und man von ihm, unter diesen Umständen, keine genauere Vermessung fordern könne.

Wie aus derselben die Vertheilungen hergeleitet werden.

§. 32. Wollte man nun aus dieser Methode der Ausmessung zugleich die Vertheilung eines solchen Grundstückes entweder in gleiche oder ungleiche Theile herleiten; so würde dieses sehr leicht seyn. Denn bey der Zertheilung der Figur durch Diagonalen in Dreyecke, ist nur nöthig, daß man diesen eben die Lage giebt, wenigstens ohngefähr, welche die künftigen Theile haben sollen, das ist, wenn z. E. die zu bestimmenden Theilungslinien von der Seite w x y gegen f g h i ziehen solten, man die Diagonalen der Figur nach eben der Strecke durch Rechnung bestimmete. Wie nun alsdenn die Lage der Theilungslinien weiter bestimmet und abgesteckt werden müsse, wird einem geübten keine sonderliche Schwürigkeit machen. Indessen wollen wir doch in einem Exempel kürzlich zeigen, wie man am allerkürzesten verfahren kann. Wenn wir setzen, es solle ein gewisser Theil z. E. γ o z m h f e γ, dessen Inhalt bekannt ist, von der Figur abgeschnitten werden, dergestalt, daß die durch den Punkt o gezogene Theilungslinie γ o die ähnliche Lage bekomme, welche die Diagonalen der gezeichneten Figur haben; so untersucht man erst, zwischen welchen Punkten an dem Umfange, γ o durchgehen werde: Welches denn leicht geschehen kann, wenn man den dem abzuschneidenden Theile nächst kleinern, in unsern Falle e o z k g e, abziehet, und also den Inhalt für ein Dreyeck bekommt, welches annoch zu dem abgezogenen Theile addiret werden muß. Wird dieser Inhalt doppelt genommen und durch e o dividiret; so hat man die Höhe für das annoch zu e o z l k g e hinzu zu setzende Dreyeck, welche erstere durch die Berechnung der Linie $\beta\alpha$ gleich gefunden seyn mag. Weil nun das Dreyeck d e o, mithin auch durch die Formel für die Berechnung seines Inhaltes aus den dreyen Seiten desselben, die Perpendikularhöhe dβ bekannt ist; so ziehet man von dieser $\alpha\beta$ ab; so ist der Unterscheid dα. Weil nun die beyden Dreyecke d$\alpha\gamma$ und dβe einander ähnlich sind; so sucht man entweder zu dβ, d e, und dα, oder dβ, d e und $\alpha\beta$, die vierte Proportionallinie dγ oder eγ, nachdem man nehmlich den Punkt γ entweder von d gegen e, oder von diesem gegen ienen haben will: damit derselbe auf d e bekannt werde, durch welchen die aus o gezogene Theilungslinie gehet. Nun muß man a.noch den dritten Punkt δ z. E. auf B A, (aus der Ursache, weil zwischen dieser und dem Holze Morast ist, und also iener nicht näher gesetzt werden kann) folgendermassen bestimmen. Die beyden bekannten Winkel A B e und d e o werden

addiret. Ist ihre Summe kleiner als 180°, wie im gegenwärtigen Falle; so fällt der Punkt e der geraden Linie von B nach o zur Rechten; ist sie aber grösser, zur Linken. Weil nun aus denen beyden bekannten Seiten Be und eo nebst dem von ihnen eingeschlossenen Winkel Beo so wohl die gerade Linie Bo als die Winkel oBe und Boe, in beyden Fällen gefunden werden können, indem man entweder ihre kleinere Summe von 180°, oder ihre grössere von 360° abziehet: so subtrahiret man wenn das erstere ist, ienen von ABe und diesen von γoe ab; ist aber das letztere, so werden sie addiret, und man bekommt in beyden Fällen, in dem Dreyecke δoB die beyden Winkel δoB und δBo, welche an beyden Seiten der eben gefundenen geraden Linie Bc liegen. Ziehet man daher die Summe iener beyden von 180° ab; so bleibt der Winkel oδB übrig. Wenn man daher zu dem Sinus dieses, der gegen über stehenden Seite Bo, und dem Sinus δoB die vierte Proportionallinie suchet; so hat man Bδ. Lässet man endlich in γ und δ Marken stecken, so wird dadurch denen, welche von γ bis o etwan durchhauen sollen, der Weg gewiesen: und sie haben auf weiter nichts zu sehen, als daß sie nur beständig mit diesen beyden Punkten γ und δ in gerader Linie bleiben. Ist der dritte Fall, daß nämlich die Winkel $B\epsilon\gamma + \gamma e o = 180°$, und also B, e und o in gerader Linie sind; so ist weiter nichts nöthig, als nur aus denen beyden an der bekannten Linie Bo liegenden Winkeln ABo und γoB, die verlangte Linie Bδ zu berechnen, und mithin den Punkt δ zu bestimmen. Daß aber der Punkt δ so weit von γ angenommen wird, ist für diejenigen, welche sich nach beyden richten sollen, um desto zuverlässiger: Weil man die Richtung einer geraden Linie, in welcher man sich befindet, allemal desto genauer bemerken kann, ie weiter die beyden Punkte von einander sind, nach welchen man sich richten soll. Würde die Theilung der Figur aber auf die Weise verlanget, daß alle Theile bey einem innerhalb derselben genommenen Punkte ε z. E. dessen Entfernung von zweyen Punkten s und t an dem Umfange der Figur gegeben wäre, zusammen stossen sollten; so würde hieraus nicht mehr Schwirigkeit entstehen. Man dürfte nur iegliche Dreyecke, welche entstehen, wenn man von allen Punkten der Krümmen in dem Umfange der Figur gerade Linien nach dem gemeinschaftlichen Punkte ε ziehet, berechnen. Weil nun die Seiten des Dreyeckes tεs bekannt wären, mithin auch die Winkel gefunden werden könnten; so würde man den Winkel εsr finden, wenn man die bekannten Winkel εst, tsI und Isr addirte, ihre Summe von 360° abzöge, und aus demselben nebst den beyden bekannten ihn einschliessenden Seiten εs und sr den Inhalt für das Dreyeck εsr berechnete. Wenn man bis zu dem Winkel znmlkih gekommen wäre; so würde man leicht sehen, daß

daß der Inhalt dieser Figur, so wie es am bequemsten, berechnet und alsdenn zu dem Dreyecke ε z h addiret, oder nachdem es die Aufgabe erforderte und Umstände gestatteten, mit demselben verfahren werden müste. Eben dieses würde auch zu beobachten seyn, wenn dieser Punkt, in welchem alle Theile zusammen stossen sollen, an dem Umfange z. E. in e gelegen wäre: welche Art der Theilung denn eben aus der Berechnung der gegenwärtigen zum Theil eben so getheilten Figur klar seyn würde. Was die Bestimmung der Theilungslinien nebst deren Absteckung anlanget; so ist dieselbe von der auf keine Weise unterschieden, welche wir bey o δ angegeben haben. Woraus denn zur Genüge erhellen wird, daß wenn man die Vermessung bloß durch das Aufnehmen der Winkel und die aus diesem hergeleitete Rechnung (§. 28.) verrichtet, daraus eine iedwede Art der Theilung hergeleitet werden könne, man mag sie verlangen, wie man wolle: Und, was das allervorzüglichste bey diesem Verfahren ist; so erhält man durch dasselbe 1) die möglichst grösseste Genauigkeit; 2) den Vortheil, daß man gar nichts auftragen darf, sondern alles aus dem Manuale verrichten kann; und 3) werden die auf mehrere Arbeiter zu verwendenden Vermessungskosten, welche bey einem iedweden andern Verfahren unvermeidlich sind, merklich erspahret: Weil bey dieser Arbeit drey Personen überhaupt vollkommen hinreichend sind.

Beantwortung eines Einwurfes wider diese Messung.

§. 33. Dasienige aber, was mit einigem Scheine wider diese Vermessung eingewendet werden könnte, würde etwan dieses seyn: daß wir fälschlich annehmen, man solle die Erlaubnis haben, iemanden in den Wald zu schicken, welcher die Punkte des Umfanges zeigen, oder sichtbar machen solle; da doch zu wissen verlangt würde, wie ein unzugängiger Wald oder Morast auszumessen wäre. Daß man daher bey dieser Voraussetzung, den ganzen Umfang des Waldes eben so wohl und sehr viel kürzer mit der Boussole aufnehmen könnte und nicht auf eine so weitläuftige Art verfahren dürfte. Hierauf aber wird kürzlich geantwortet: 1) daß wir bereits wegen der Erklärung dieser Aufgabe das nöthige erinnert haben (§. 20.); wie man nämlich allemahl die zu messenden und von Natur nicht sichtbaren Punkte sichtbar zu machen die Freyheit haben müsse, wenn die Messung möglich seyn soll. 2) Daß da, wo iemand einen Stab oder Stange mit einer Fahne hin halten kann, und dadurch den Punkt in der Höhe zeigt, nicht allemahl eine Station für die Boussole oder ein ander Instrument genommen werden könne; und daß die Weiten zwischen denen Ständen, welche in dem Umfange des zu messenden Grundstückes angenommen werden, selten mit der Kette zu messen sind; Und dieses um desto weniger, wenn der Wald in einem Wasser, dergleichen wir hier annehmen, läge, in welchem Falle

man schon einen in einem Kahne hinschicken könnte, die Punkte (§. cit.) zu zeigen; dahingegen es sich nicht wohl thun lassen würde, wenn man in einem Kahne Meßstände annehmen wollte. 4) Daß die Messung mit der Boussole, in Betracht der Winkel, die allerwenigste Richtigkeit gewähre, und dieses Instrument zum Winkelmessen fast gar nicht gebraucht werden könne (weil man bey demselben iederzeit um den vierten Theil eines ganzen Grades fehlen kann,) wo es nicht den beträchtlichen Vortheil zugleich hätte, daß die gemessenen Winkel auf einem gemeinschaftlichen Grunde, der Mittagslinie nämlich, beruheten: Weswegen denn die gar merklichen Fehler einander immer wieder ersetzen. 5) Daß man bey dieser Messung des Umfanges einer Figur mit der Boussole, im Fall die Gegend, wo gemessen wird, uneben ist, der mühsamen Reduction einer iedweden von dem Horizonte abweichenden Linie, auf eben den Horizont, beständig ausgesetzt sey; da man hingegen bey diesem angegebenen Verfahren, nur bloß die Standlinien auf die erwehnte Weise reduciren darf; wodurch denn die in der Ferne visirten Krümmen des zu messenden Umfanges zugleich auf den Horizont reduciret werden. Uebrigens ist auch 6) so wenig eine besondere Art des Winkelmessens in gegenwärtiger Methode als unumgänglich nothwendig erachtet, als irgend eine verworfen, sondern nur überhaupt gesagt worden, daß ie genauer die Messung verrichtet werden solle, desto genauer auch die Winkel in den Ständen gemessen werden müssen: Weil iene der Hauptgrund der ganzen Vermessung seyn. Was aber endlich 7) die Weitläuftigkeit dieser Meßart betrift; so räumen wir dieselbe gern ein. Wenn man aber dieienige Art einer Messung angeben soll, vermöge welcher zu zeigen ist, wie man die größte Genauigkeit erhalten kann, ohne auf die Kürze zugleich zu sehen, oder diese zu verlangen; wie denn diese Kürze aus der vorgegebenen Aufgabe nicht erhellet; so darf die Genauigkeit des Verfahrens der Kürze keinesweges nachgesetzet, sondern sie muß dieser nothwendig vorgezogen werden. Da nun zu der von uns angegebenen Messung weiter nichts erfordert wird, als daß man einige Standlinien nebst denen an beyden Enden derselben liegenden Winkeln misset, folglich der Messung der Polygonseiten, welche um das Grundstück abgestecket werden müssen, nebst derer von diesen zu denen zunächst liegenden Krümmen gezogenen Perpendicularlinien, überhoben wird; so erhellet leicht, daß man auf dem Felde wenig zu thun habe, mithin auch die auf die übrigen Arbeiter zu verwendende Vermessungskosten, wie bereits (§. 32.) erinnert worden, sehr ersparet werden: indem die mehreste Arbeit von dem Feldmesser auf dessen Zimmer verrichtet werden kann.

§. 34. Ver-

Allerkürzeste und leichteste Art, dergleichen Grundstücken zu vermessen.

§. 34. Verlangt man aber dennoch eine Meßart, welche unter allen die richtigste und kürzeste zugleich ist, nach welcher ein dergleichen Grundstück, zu welchem man etwan wegen Wasser, Sümpfe, Moräste u. d. gl. nicht gelangen kann, gemessen werde, und es ist nicht nothwendig, daß die Messung so gleich oder im Sommer vorgenommen werde; so ist das allersicherste und kürzeste Verfahren zugleich, daß man die Messung so lange aussetzet, bis im Winter die Wässer zugefroren sind. Alsdenn lässet man um den Wald ein Polygon, welches so wenige Seiten hat, als möglich ist, abstecken, misset aus den Seiten desselben die einer iedweden gegen über liegende Krümme des Waldes, und auf diese Weise den ganzen Inhalt desselben unmittelbar: Wie solches einem iedweden Feldmesser sattsam bekannt ist. Nur darf nicht mit Stillschweigen übergangen werden, daß die Polygonwinkel ia mit keiner Boussole gemessen werden dürfen, sondern so genau, daß wenigstens der Fehler bey der gegen über stehenden Diagonale (§. 11.) nicht über einen Schuh beträgt: Dahingegen der Fehler mit dem erwehnten Instrumente so beträchtlich seyn würde, daß man ihn gewiß nicht aus der Acht lassen könnte: Vornehmlich wenn derer Diagonalen viel wären, und man besorgen müßte, daß die Fehler sich (§. 11.) häuften: derienigen Fehler, welche über dieses noch aus andern Ursachen, als der ungleichseitigen Dreyecke (§. 5.) der Reduction auf den Horizont (§. 7.) u. d. gl. herrühren können, nicht zu gedenken.

Wie ein Bruch, Morast oder andere dergleichē Grundstück ausgemessen wird.

§. 35. Im Fall man statt eines undurchsichtigen Waldes einen Bruch, Morast oder anderes dergleichen Grundstück ausmessen sollte, welches man aus zweyen Ständen, nach allen Theilen seines Umfanges bequem übersehen kann; so würde die vorige Messung dadurch merklich verkürzet und erleichtert, wenn man auch gleich eben die (§. 21—31.) angegebenen Gründe des Verfahrens beobachtete; denn wenn man sich unter der dritten Figur a k einen Morast vorstellet, dessen Umfang man aus zweyen Punkten z. E. P und O allenthalben übersehen kann; so hat man 1) nicht nöthig mehrere Standlinien zu messen, weil man aus den beyden Punkten alles übersehen kann, 2) bekommt man auch die Winkel bey w, x, y, a, b, c, d, e, f und g so gleich, ohne daß man nöthig hat, die ausser der Figur um eben diese Punkte liegenden Winkel erst zu addiren, und ihre Summe von 360° abzuziehen. Wenn man also z. E. die Punkte d, e und f aus P und O visiret hat; so kann man alle Theile der Dreyecke d e P und P e f bestimmen, deren Summe den Winkel d e f giebt, ohne daß man diese erst von 360° abziehen darf. Im Fall zween der visirten Punkte aus einem Stande in eben der Linie gesehen werden; so macht dieses keine Schwürigkeit. Wenn z. E. der Winkel h bestimmet werden soll, und g und h aus O in eben die Linie

 fallen;

fallen; so darf, nachdem die drey Punkte g, h und i aus beyden Ständen visiret worden, mithin das Dreyeck i O h und dessen Winkel i h O bekannt ist, dieser nur von 180° abgezogen werden, damit der Winkel g h i übrig bleibe. Wovon denn die Ursache leicht einzusehen ist, weil nemlich die der Linie g h O zu beyden Seiten um den Punkt h liegenden Winkel, so wohl auf der einen als andern Seite 180° machen. Wäre der zu bestimmende Winkel z. E. e h m, so hätte man vermöge der bekannten Dreyecke e h O und m h O, die beyden Winkel e h O und m h O, oder wegen der andern beyden Dreyecke e h P und m h P, die Winkel e h P und m h P: Wenn man also in beyden Fällen den erstern von dem letztern abzöge, den verlangten e h m. Woraus denn offenbar ist, daß in keinen Fällen Schwürigkeiten seyn können, sie mögen beschaffen seyn, wie sie wollen: 3) erhält man auch dadurch, daß die ganze Figur aus zween Ständen übersehen werden kan, den praktischen Vortheil, daß sich die gemeßnen Grössen auf eine einzige gemeinschaftlich gründen (§. 6) und zwar auf die einzige Standlinie: wodurch man denn gesichert ist, daß wenigstens die mehrern Linien von dieser Art keine Vermehrung der Fehler verursachen. Endlich gilt von allen diesen Grundstücken in Betracht ihrer Vermessung im Winter eben das, was wir (§. 34.) von der Vermessung des Holzes erinnert haben.

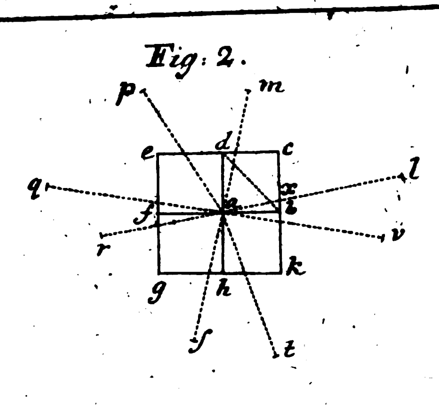
Was bey einer Messung (§. 21—31.) vornehmlich zu beobachten.

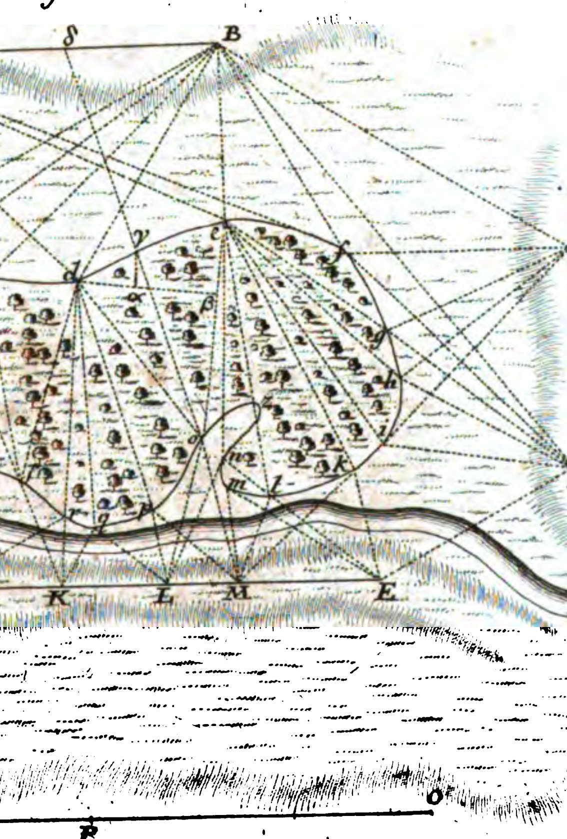
§. 36. Das, was vornehmlich bey einer Messung von dieser Art ein Praktiker genau beobachten müßte, würde dieses seyn, daß er durch die häufigen Rechnungen, nicht in Verwirrung geriethe. Welchem denn am allerbesten dadurch vorgebeuget seyn wird, wenn er sein Manual, so viel immer möglich ist, ordentlich führet, die auf dem Felde gemessenen Winkel genau aufschreibt, und so wie er aus diesen die übrigen zu seinem Vorhaben nöthigen Theile der Dreyecke berechnet, so wohl die Länge der Linien als Grösse der Winkel, in die aus freyer Hand wenigstens entworfene Figur, wenn er diese ja nicht würklich geometrisch auftragen will, ob dieses gleich am besten ist, an die gehörigen Stellen in die Winkel und an die Linien setzet: und so wie er in seinen Berechnungen immer weiter fortgehet, auf eben die Weise bis zu Ende verfähret; so wird dieses Verfahren so wohl dem Gedächtnisse als der Vorstellungskraft überaus wohl zu statten kommen, dergestalt daß er am allerwenigsten besorgt seyn darf, in Verwirrung zu gerathen.

Bestimmung der Fehler bey der vorhergehenden Vermessung.

§. 37. Was die Untersuchung der Fehler anlanget, welche man bey einer solchen Vermessung begehen kann, wie sie im vorhergehenden ist gelehret worden; so ist von derselben überhaupt folgendes zu merken. Es lassen sich diese Fehler nicht dergestalt durch eine allgemeine Regel bestimmen, daß man überhaupt sollte angeben können, wie sie sich zu der gemessenen Grösse verhalten, die Umstände, unter welchen

welchen die Vermessung vorgenommen wi...
Und zwar deswegen, weil die Grösse der ...
gleichheit derer Seiten der Dreyecke (§. 5.)...
z. E. a k getheilet zu seyn, iederzeit wenigste...
diese Ungleichheit gedachter Dreyecke von d...
keln dependiret, und diese abermahl von d...
schaffenheit der Gegend, wo die Vermessu...
seyn kann: So siehet man leicht, daß es ...
Bewandnis habe. Das Verfahren abe...
nur den allergeringsten Fehlern ausgesetzt z...
a A b, b A c, c A d u. s. f. gemessen werd...
besondere misset, sondern durch die Subtr...
berechnet, dergestalt daß aus den beyden ...
a A b gefunden wird, u. s. f. Wenn wi...
lich die grössesten Fehler, und misset die ...
so wird der Fehler durch die Subtraction ...
ten a A und b A u. s. f. länger gefunden ...
auch die Seiten a b, b c, c d u. s. f. gl...
a A b, b A c, c A d u. s. w. richtig be...
Fehler bestimmen, welche man bey der ...
und so weiter, nicht vermeiden kann; ...
ler untersuchen, welchem man bey der ...
den ausgesetzt bleibt, man mag entw...
bloß mit der Kette und den Stäben...
der Grösse des Winkels in der Formel, ...
beyden an derselben liegenden Winkeln ...
funden werden; so erhält man durch die Be...
den Seite a b, b c u. s. w. fehlen kann. Di...
der Bestimmung der Standlinien an, we...
werden können: Denn, ist das Gegentheil...
ter Acht lassen. Auf gleiche Weise nun ver...
serhalb der Figur um die Punkte, a, b, c, ...
ser Voraussetzung. Nachdem man auf diese...
welcher aus zwoen Seiten und dem von die...
gefunden werden, die vorerwehntermassen...





ten beyden zu groß berechneten Seiten, als des von ihnen eingeschlossenen Winkels, setzet, und darauf die Berechnung nach der Formel vollendet; so bekommt man den Unterscheid zwischen der erstern Berechnung und der letztern, und mithin den möglicher Weise zu begehenden grössesten Fehler. Verfähret man nun mit allen Dreyecken einer zu berechnenden Fläche auf eben die Weise; so geben die Unterscheide der erstern und letztern Berechnung aller und ieder Dreyecke der Figur, den gesammten Unterscheid, oder den Fehler, welchem man in iedweden einzelnen Falle ausgesetzt ist. Indessen siehet man leicht, daß eine dergleichen Untersuchung ob sie gleich vollkommen allgemein und unfehlbar ist, nothwendig sehr mühsam werden müsse: Aus der Ursache, weil zu derselben noch mehr Zeit erfordert wird, als zu der Berechnung der ganzen Fläche aus den gemessenen Winkeln überhaupt. Uebrigens erhellet ohne Schwürigkeit, daß dieses die grössesten Fehler geben müsse, wenn alle Winkel zu groß gemessen werden: Weil sich iene alsdenn wieder ersetzen, wenn man sie bald zu groß bald zu klein misset, und es mit denen Seiten des Umfanges eben die Bewandnis hat. Da es nun nicht wahrscheinlich ist, daß man beständig einerley Fehler begehet, oder alle Winkel zu groß misset, es sey denn, daß dieses etwan von einem Fehler des Instruments herrühre; so ist auch nicht zu vermuthen, daß man würklich um so viel gefehlet habe, als der Fehler durch die vorerwehnte Berechnung ist gefunden worden.

Fig. 3.

